MATEMATICA

Un volume mostra come la complessità sia governata da regole semplici che chiunque può capire

Giocare con il caos

Come affrontare con carta e matita problemi come quello dei tre corpi di Poincaré, l'«effetto farfalla» di Lorenz e i frattali di Mandelbrot

DI UMBERTO BOTTAZZINI

Sembra solo un ossimoro, caos deterministico. L'accostamento di due termini che esprimono concetti contrari. Se caos è sinonimo di disordine, deterministico ci ricorda il comportamento di fenomeni soggetti alle rigide leggi della meccanica, che governano il sistema del mondo.

Il determinismo che ha dominato le scienze fisiche (e non solo) per oltre un secolo aveva trovato espressione all'inizio dell'Ottocento in un celebre passo di Laplace. «Dobbiamo considerare lo stato presente dell'universo come l'effetto del suo stato anteriore e la causa del suo stato futuro» aveva detto Laplace. «Un'Intelligenza che, per un dato istante, conoscesse tutte le forze da cui è animata la natura e la situazione rispettiva delle entità che la compongono» potrebbe conoscere e abbracciare nella stessa formula i moti e le disposizioni di tutte quelle entità in qualunque istante del futuro. In altre parole, la conoscenza dei valori delle diverse entità a un dato istante (ossia delle condizioni iniziali delle "variabili di stato") e delle equazioni che descrivono le leggi evolutive di un sistema è sufficiente a determinare lo stato del sistema a un istante qualunque.

Naturalmente, nello studio dei fenomeni naturali, i procedimenti di misura non consentono di determinare quei valori (e i parametri che compaiono nelle equazioni) con assoluta precisione. D'altra parte, Laplace e con lui i fisici e matematici dell'Ottocento, pensavano ragionevolmente che una piccola variazione nei valori iniziali e nei parametri comportasse variazioni altrettanto piccole nell'evoluzione del sistema.

Un frattale ottenuto con un'equazione di Gaston Julia

Fu dunque con grande sorpresa che Poincaré, studiando il problema del moto di tre corpi — tipicamente il Sole, la Terra e la Luna — soggetti alla legge di gravitazione universale, scoprì che le cose non stavano sempre così. «Può accadere che piccole differenze nelle condizioni iniziali ne producano di grandissime nei fenomeni finali. Un piccolo errore nelle prime produce un errore enorme nei secondi. La previsione diviene impossibile». Le traiettorie dei tre corpi si ingarbugliavano in un groviglio di curve che lasciò sgomento il matematico francese. La «sensibilità alle condizioni iniziali», il fenomeno inaspettato scoperto da Poincaré, è proprio dei sistemi "non lineari", come il sistema di equazioni deterministiche che descrive il moto dei tre corpi.

Negli anni Sessanta il meteorologo americano Edward Lorenz, studiando al computer un semplice modello dinamico non lineare per la previsione del tempo, vide per la prima volta dipanarsi sullo schermo del computer le traiettorie caotiche di cui aveva parlato Poincaré. Si rese conto che perturbazioni molto piccole dello stato del sistema provocavano enormi variazioni nelle traiettorie successive. È il cosiddetto «effetto farfalla» — la metafora che il battito d'ali di una farfalla in Amazzonia provoca un tornado in Giappone — che ha reso popolare la teoria dei sistemi dinamici e spiega anche perché le previsioni del tempo, effettuate sulla base della conoscenza dello stato attuale dell'atmosfera e delle equazioni della meccanica dei fluidi, siano attendibili solo per qualche giorno e non a lungo termine.

Negli ultimi vent'anni la crescente popolarità della teoria dei sistemi dinamici e di questioni relative a sistemi complessi che implicano non linearità e catastrofi — per usare l'immaginifico linguaggio di René Thom — è stata spesso accompagnata all'idea che i modelli matematici associati a fenomeni caotici siano necessariamente molto complicati, e il loro studio richieda l'uso di potenti computer e conoscenze matematiche sofisticate. Questo libro è uno strumento salutare per far giustizia di idee errate largamente diffuse e rendersi conto che si può capire il significato e la natura del "caos deterministico" studiando modelli matematici molto semplici, in cui compare una sola variabile dinamica e un solo parametro. L'iterazione di semplici funzioni algebriche di secondo grado che si incontrano sui banchi del liceo è infatti sufficiente per osservare i fenomeni tipici del caos. E del resto in questo modo sono generati i frattali, le affascinanti forme geometriche rese popolari da Mandelbrot. Leggendo questo libro li vedete apparire sotto i vostri occhi. Per seguirne la dinamica basta carta e matita e qualche calcolo elementare. E se volete cimentarvi con programmi che riproducono sullo schermo del vostro computer immagini caotiche e frattali di inquietante bellezza, gli autori vi propongono le istruzioni per i programmi di calcolo più diffusi e vi invitano a visitare il sito http://www.brunomondadori.com/sulleormedelcaos. I frattali sono diventati talmente popolari da essere presentati nei giorni scorsi dalla schermata principale di Google, con l'esile pretesto dell'anniversario della nascita di Gaston Julia (3 febbraio 1893).

Gian Italo Bischi, Rosa Carini, Laura Gardini, Paolo Tenti, «Sulle orme del caos. Comportamenti complessi in modelli matematici semplici», Bruno Mondadori, Milano 2004, pagg. 238, € 19,00.

Galileo
Giornale di scienza e problemi globali

CHI SIAMO
SERVICE
NEWSLETTER
CANALI
LINK
SPECIAL

HOME | NEWS | MAGAZINE | DOSSIER | SCAFFALE | CONTATTACI

Cerca
Ricerca fine

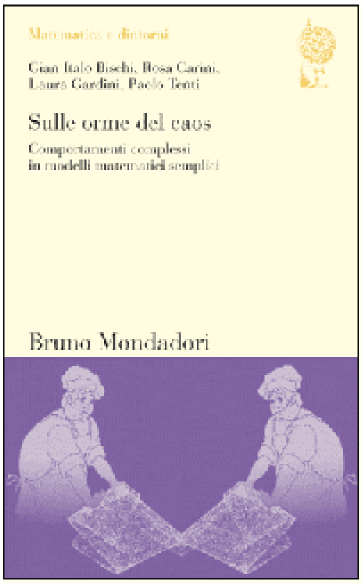
Sapere

Anno VIII, Thursday, April 01, 2004

LO SCAFFALE DI GALILEO

LIBRI

Sulle orme del caos



Gian Italo Bischi, Rosa Carini, Laura Gardini, Paolo Tenti
Sulle orme del caos. Comportamenti complessi in modelli matematici semplici
Bruno Mondadori, 2004
p. 256, euro 19,00

Ordina su Ibs

È possibile governare il caos? Come comprendere i meccanismi che sono alla base dei fenomeni caotici che regolano l'andamento dei mercati finanziari o lo sviluppo di un determinato ecosistema?
La scoperta che esiste una sorta di ripetitività implicita in questo tipo di manifestazioni ha permesso l'affermarsi del concetto di caos deterministico e della teoria dei sistemi dinamici che ne consente l'analisi. Infatti, nonostante possa sembrare poco convincente associare alla parola "caos" l'aggettivo "deterministico", gli autori di questo volume ci conducono con semplici modelli matematici non lineari, composti da funzioni algebriche di secondo o terzo grado, nell'ambiente di sistemi reali che si evolvono nel tempo secondo una certa regolarità. Il mondo che abbiamo sotto i nostri occhi è un intreccio complesso di relazioni tra agenti e la matematica rappresenta il mezzo con cui è possibile spiegare i fenomeni naturali che ci circondano e che spesso sfuggono a osservazioni lineari. Se per esempio si può studiare con facilità il moto uniforme, ma molto poco reale, di un corpo, più complesso risulta analizzare il suo moto discontinuo su cui intervengono fattori diversi come l'attrito dell'aria.

Certo anche il modello matematico più preciso non può dare la spiegazione degli aspetti irrazionali che spesso regolano lo sviluppo e il comportamento di una società come il gusto, le mode o la paura. Ma è questa l'unica avvertenza con cui si deve affrontare la lettura di questo testo il cui scopo principale è di presentare al lettore le proprietà matematiche elementari che stanno alla base dei modelli dinamici deterministici che generano sequenze caotiche. Fu Galileo a introdurre il linguaggio matematico come l'unico in grado di decifrare il complicato codice con cui era scritto quello che egli definì il "libro della Natura". Dal Seicento in poi la matematica ha quindi iniziato a configurarsi come lo strumento attraverso cui osservare e spiegare i fenomeni naturali e le loro dinamiche. Secondo il principio meccanicistico venutosi a formare dall'osservazione empirica, avendo a disposizione i valori delle variabili di uno stato in un certo istante, il modello permetteva di calcolare in modo univoco lo stato del sistema all'istante successivo.

Tuttavia nel corso dei quattro secoli che ci separano dalle scoperte dello scienziato pisano, la nostra stessa percezione della natura si è notevolmente trasformata. All'inizio del Novecento i fisici e i matematici furono infatti scossi dalle affermazioni del filosofo e matematico francese Jules-Henri Poincarè secondo cui anche una piccola variazione dei parametri del sistema nella condizione iniziale avrebbe comportato enormi cambiamenti su tutta l'evoluzione del sistema stesso. Studiando le traiettorie di tre corpi celesti - Sole, Terra, Luna - si accorse che esse generavano un'equazione non lineare; le curve che Poincarè poteva solo immaginare producevano una serie di infinite intersezioni dando una maglia di reti il cui stato nel momento successivo era impossibile da prevedere. Era il primo incontro con il caos; i sistemi caotici così individuati avevano mostrato una sensibilità alle condizioni iniziali tale da annullare il postulato meccanicistico che ne consentiva di studiare l'evoluzione temporale. Il modello causa-effetto, che poteva fornirci soluzioni esatte solo per quei pochi fenomeni semplici e uniformi, non era dunque più rappresentativo di una natura che offriva ora una realtà non lineare costituita da una rete indefinita di relazioni e intersezioni.

Le tecniche matematiche che negli ultimi tre decenni hanno permesso ai ricercatori di scoprire schemi ordinati in sistemi caotici si basano proprio sull'intuizione di Poincarè e sono direttamente legate allo sviluppo dei computer. Grazie allo sviluppo dei calcolatori elettronici è stato quindi possibile rappresentare i complessi modelli che gli autori di questo volume ci aiutano a comprendere meglio attraverso un percorso che partendo dai modelli lineari più semplici giunge a quelli più complessi che oggi trovano numerose applicazioni nelle più diverse discipline come la fisica, la biologia o l'economia ma anche la sociologia e la storia.

Nel libro, chiaramente di carattere divulgativo, vengono esposti principi matematici come iterazione, biforcazione e punto di svolta, fondamentali a uno studio sui fenomeni caotici. Infatti, semplici esempi di iterazione di funzioni algebriche di secondo grado, come quelle che si incontrano sui banchi di scuola, permettono di osservare eventi tipici del caos. In questo modo viene dunque fatta giustizia circa l'ipotesi che la teoria del caos non possa dare previsioni, anche se esse riguardano più gli aspetti qualitativi del comportamento di un sistema che i suoi valori precisi.
La matematica della complessità è rappresentata come un'importante intuizione nella scienza del XX secolo, consentendo di sostituire un'analisi qualitativa a una quantitativa più capace di descrivere le relazioni e le configurazioni (pattern) dei sistemi, spostando il paradigma scientifico dagli oggetti alle relazioni.

Per chi volesse infine cimentarsi con applicazioni pratiche di sistemi caotici il sito della casa **editrice** offre una serie di link a programmi di Excel e Visual Basic con cui il lettore potrà eseguire direttamente gli esperimenti suggeriti dal testo.

Andrea Scirè

Scaffale, 26 marzo 2004 © Galileo

Versione stampabile **Invia per e-mail**